

La fórmula de la plusvalía

Daniel Latorre Masanes

1.- Objetivos, estructura y conclusiones

El presente documento pretende dar respuesta a cuatro de las incógnitas más importantes de las economías capitalistas: ¿cuál es la fórmula de la plusvalía? ¿Qué leyes matemáticas rigen la transformación del tiempo de trabajo concreto a valor? ¿Qué papel desempeña el trabajo improductivo en los dos puntos anteriores? Y, ¿cuál es la expresión en precio del valor agregado?

Para ello, se partirá del análisis marxista de las economías capitalistas, el cual se resumirá muy brevemente en el capítulo Definiciones y conceptos previos. Una vez expuestos los conceptos previos necesarios, se deducirá la fórmula del equilibrio entre la oferta y la demanda, de la cual se extraerá la fórmula de la plusvalía. Acto seguido, se desglosará la relación existente entre el valor producido y la masa y el precio de la fuerza de trabajo empleados durante la producción.

Se concluirá que la composición orgánica del capital y la tasa de plusvalía dependen de la relación que guardan la masa y el precio de la fuerza de trabajo contenidos en los medios de producción y la masa y el precio de la fuerza de trabajo que emplea dichos medios de producción durante el proceso productivo, llegando a tres fórmulas concretas que permiten calcular el valor total producido partiendo estrictamente de la masa y el precio de la fuerza de trabajo.

2.- Definiciones y conceptos previos

A continuación se resumen algunos conceptos que Karl Marx desarrolla en *El Capital*.

El valor de cambio

Un intercambio se conforma de dos extremos: A y B. El valor de cambio es el valor que se entrega a cambio del valor que se obtiene y, por tanto, depende de la perspectiva desde la que se observa (el extremo A o B del intercambio). Es, por tanto, la forma externa, aparente, del valor. Una mercancía puede intercambiarse por un valor de cambio que no se corresponda con su *valor* real.

El valor

El valor es la magnitud que toma el valor de cambio en un *mercado de competencia perfecta* y en *equilibrio perfecto*, esto es, es la magnitud que toma el valor de cambio en un escenario ideal donde no existe ninguna fuerza externa que pueda moldear la magnitud final del valor de cambio.

El valor se mide de forma relativa, esto es, usando un valor arbitrario cualquiera como referencia: gramos de oro, gramos de plata o incluso el dinero (que actúa como representante del valor). Lo mismo sucede, por ejemplo, con la distancia: se mide empleando una distancia arbitraria cualquiera (por ejemplo, un metro) como referencia.

Desde una perspectiva marxista sería necesario especificar que el valor es creado por el *trabajo socialmente útil* (y que depende del *tiempo de trabajo socialmente necesario* para producir el bien en cuestión). Pero aquí no se quiere partir de esta premisa, sino que se quiere demostrar posteriori desentrañando las leyes matemáticas que rigen la transformación del tiempo de trabajo concreto a valor.

Mercado de competencia perfecta

El concepto mercado de competencia perfecta hace referencia a un modelo ideal de mercado donde todas las empresas y todos los sectores compiten en igualdad de condiciones.

Mercado en equilibrio perfecto

El concepto mercado en equilibrio perfecto hace referencia a un modelo ideal de mercado donde la oferta y la demanda de todas las empresas y todos los sectores están perfectamente equilibradas.

El capitalista global

La figura del capitalista global es una figura abstracta que representa a todos los capitalistas particulares del mercado. Dicha figura deriva de agregar los distintos *ciclos de circulación del capital* del mercado en un único ciclo. En tanto representa a los distintos capitalistas particulares, el capitalista global se enfrenta a exactamente sus mismas condiciones.

El ciclo de circulación del capital industrial

El ciclo de circulación del capital industrial desde la perspectiva del *capital monetario* (que se corresponde a la perspectiva de la clase capitalista), toma la siguiente forma esquemática:

$$D - M(Mp, T) \dots P \dots M' - D'$$

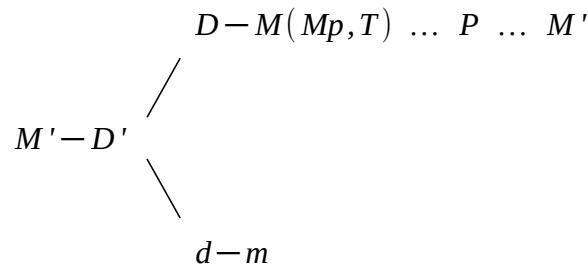
El ciclo empieza con la inversión de un capital monetario (D) en los factores productivos (M), que se conforman de los medios de producción (Mp) y la fuerza de trabajo (T). En términos de valor se cumple que $D=M$, esto es, el capital monetario y el capital productivo representan la misma magnitud de valor, pero se presentan en formas distintas: inicialmente el valor aparece en forma monetaria y acto seguido la misma magnitud de valor se presenta en forma de factores productivos.

Acto seguido la circulación propiamente dicha se detiene (momento representado en el esquema con ...) y la fuerza de trabajo (T) interactúa con los medios de producción (Mp) para realizar el proceso productivo (P) y, por tanto, para crear el capital mercantil (M'). Una vez el capital mercantil existe, la circulación propiamente dicha se puede retomar (momento representado en el esquema nuevamente con ...).

En este momento el capital ha cambiado su forma transfigurada primero de capital monetario a capital productivo y luego de capital productivo a capital mercantil. Y si bien el paso de capital monetario a capital productivo es un mero cambio de forma del valor, el paso a capital mercantil implica la creación de un plus-producto, esto es, de un valor que no existía previamente. Por tanto, se cumple que $M'=M+m$, donde m representa la magnitud de valor del plus-producto: el capital mercantil contiene la magnitud de valor del capital productivo más un nuevo valor que ha sido creado durante el proceso productivo.

Finalmente, en el último momento del ciclo, el capital mercantil (M') se vende y el capital cambia nuevamente su forma transfigurada a capital monetario (D'). Así, pues, se cumple que $D'=M'$ y $D'=D+d$, donde $d=m$ y, por tanto, donde la magnitud d representa la forma monetaria del plus-producto m . Al terminar el ciclo de circulación el capitalista habrá recuperado, entonces, el capital monetario (D) invertido inicialmente y, además, habrá obtenido una plusvalía (d) con la que realizar su consumo personal. Por tanto, dado que habrá recuperado D , podrá iniciar nuevamente el ciclo de circulación del capital industrial, que se irá repitiendo sin cesar.

Y en tanto el ciclo de circulación se repite constantemente, se puede “cortar” desde cualquiera de los puntos que lo conforman (del mismo modo que se puede cortar una circunferencia desde distintos ángulos y estirarla para obtener un segmento). Si se “corta” el ciclo de circulación del capital industrial en el punto del capital mercantil (M'), se obtiene el esquema del ciclo de circulación del capital industrial desde la perspectiva del capital mercantil:



Esta perspectiva nos muestra que el capitalista podrá usar la magnitud d para realizar demanda en el mercado y obtener m valor en mercancías. Por el momento, es indiferente que el capitalista gaste todo d o que ahorre una parte, por ejemplo, para ampliar la escala de la producción en un futuro. Lo relevante aquí era presentar esta perspectiva del ciclo de circulación dado que será relevante en el desarrollo posterior.

Por otro lado, de lo expuesto anteriormente se deduce que la clase obrera participa de la circulación siguiendo el siguiente esquema:

$$M - D - M$$

Es decir, la clase obrera vende la única mercancía (M) que tiene en su propiedad, a saber, la fuerza de trabajo, por una cantidad D de dinero. Posteriormente, podrá dirigirse al mercado con la cantidad D de dinero para adquirir las mercancías (M) que necesita consumir para sobrevivir. En tanto la mercancía que vende la clase obrera es la fuerza de trabajo, el esquema anterior también puede expresarse de la siguiente forma:

$$T - D - M$$

En términos de valor se cumple, entonces, que $T=D=M$.

Los componentes de valor del capital mercantil

Durante el análisis de ciclo de circulación del capital industrial se ha determinado que la magnitud de valor del capital mercantil (M') contiene la magnitud de valor del capital productivo (M) más un plus-producto (m), es decir, $M'=M+m$. A su vez, también se ha podido determinar que el capital productivo se conforma de medios de producción (Mp) y fuerza de trabajo (T) y, por tanto, que $M=Mp+T$. En términos de capital, los medios de producción reciben el nombre de capital constante (que se identificará con la variable c), mientras que la fuerza de trabajo recibe el nombre de capital variable (que se identificará con la variable v).

Por otro lado, el plus-producto (m), tal y como se vio anteriormente, es valor nuevo, esto es, valor que no existía previamente y que ha sido creado durante el proceso productivo. Este valor nuevo se identificará a partir de ahora con el nombre plusvalía y con la variable p . Así pues, de las consideraciones anteriores se deduce que el valor del capital mercantil (y , por tanto, de todas las mercancías) se descompone en:

$$M' = c + v + p \quad (1)$$

Finalmente, el capital constante puede descomponerse en su parte fija (c_f) y su parte circulante (c_c). El capital fijo hace referencia a todos los medios de producción que son consumidos durante el proceso productivo y cuya vida es de larga duración, entendiendo larga duración como que perduran durante varias rotaciones del ciclo de circulación del capital industrial y, por tanto, que se consumen lentamente. El capital circulante, por contra, hace referencia a la parte de los medios de producción que se consumen rápidamente, entendiendo rápidamente como que es necesario renovarlos en cada rotación del ciclo. Por tanto, el capital constante puede descomponerse en:

$$c = c_f + c_c \quad (2)$$

Un ejemplo de capital fijo puede ser el edificio de una fábrica y la maquinaria que contiene, que efectivamente perdurarán durante varias rotaciones del ciclo de circulación. Un ejemplo de capital circulante pueden ser las materias primas consumidas, que efectivamente deberán renovarse en cada rotación del ciclo para que el ciclo no se detenga.

La composición orgánica del capital

La composición orgánica del capital (que se identificará con la variable COC) es la relación que guardan el capital constante y el capital variable. Su fórmula se corresponde a:

$$COC = \frac{c}{v} \quad (3)$$

La tasa de plusvalía

La tasa de plusvalía (que se identificará con la variable p') es la relación que guardan la plusvalía y el capital variable. Su fórmula se corresponde a:

$$p' = \frac{p}{v} \quad (4)$$

La tasa de ganancia

La tasa de ganancia (que identificaremos con la variable g') es la relación que guardan la plusvalía y el capital productivo. Su fórmula se corresponde a:

$$g' = \frac{p}{c + v} \quad (5)$$

El tiempo de trabajo remunerado y no remunerado

Siendo H el número de horas de la jornada laboral, se puede calcular el tiempo de trabajo remunerado y no remunerado mediante las fórmulas:

$$\text{Tiempo de trabajo remunerado} = \frac{v}{v + p} \cdot H \quad (6)$$

$$\text{Tiempo de trabajo no remunerado} = \frac{p}{v + p} \cdot H$$

Los sectores del mercado

En una economía de reproducción simple el mercado puede desglosarse en dos sectores principales: el sector I , productor de los medios de producción, y el sector II , productor de los bienes de consumo.

Y en tanto el sector *I* produce los medios de producción del mercado, se concluye que el valor agregado del sector *I* es igual al valor del capital constante agregado, esto es:

$$c_I + v_I + p_I = c \quad (7)$$

Del mismo modo, en tanto el sector *II* produce los bienes de consumo del mercado, se concluye que el valor agregado del sector *II* es igual al valor del capital variable agregado más la plusvalía agregada, esto es:

$$c_{II} + v_{II} + p_{II} = v + p \quad (8)$$

A su vez, el sector *I*, en tanto se compone del sector productor de capital fijo, que se identificará como *Ia*, y el sector productor de capital circulante, que se identificará como *Ib*, puede desglosarse en los siguientes sectores:

$$c_{Ia} + v_{Ia} + p_{Ia} = c_f \quad (9)$$

$$c_{Ib} + v_{Ib} + p_{Ib} = c_c \quad (10)$$

Y finalmente, el sector *II* puede desglosarse en dos sectores más, el sector *IIa*, productor de los medios de subsistencia que consume la clase obrera, y el sector *IIb*, productor de los bienes de consumo que consume la clase burguesa:

$$c_{IIa} + v_{IIa} + p_{IIa} = v \quad (11)$$

$$c_{IIb} + v_{IIb} + p_{IIb} = p \quad (12)$$

Es importante remarcar que la división entre *IIa* y *IIb* que se realiza aquí no se corresponde con la división entre *IIa* y *IIb* que realiza Marx en *El Capital*, dado que aquí la división se realiza según el consumo de cada clase social y, por tanto, *IIb* también incluye los medios de subsistencia que consume la clase burguesa, mientras que en Marx solo incluye los bienes de lujo.

Esto no implica, en absoluto, ninguna contradicción entre este trabajo y *El Capital*. Simplemente son dos criterios de clasificación distintos para dividir el sector productor de bienes de consumo, ambos igualmente válidos, y aquí se emplea el criterio basado en la renta ($v+p$) al ser más apropiado para el desarrollo matemático posterior.

3.- La fórmula del equilibrio

En tanto aquí se pretende calcular el valor y, por tanto, la magnitud que toma el valor de cambio en un mercado idealizado de competencia perfecta y en equilibrio perfecto, esto es, un escenario donde no existen fuerzas externas que puedan desviar la magnitud del valor de cambio de la magnitud del valor, se presupone que esta condición se cumple y, por tanto, se presupone que todas las mercancías se venden por su valor.

Un ejercicio similar se debe realizar, por ejemplo, para deducir la fórmula de la esfera. Ésta presupone una esfera ideal, perfectamente balanceada, donde todos los puntos de la superficie están exactamente a la misma distancia del centro. Obviamente esto no se corresponde con el mundo real, donde las esferas perfectas no existen. Pero es precisamente cuando se conoce la fórmula de la esfera perfecta que se pueden estudiar, con precisión matemática, las desviaciones de las esferas reales con respecto a la medida ideal y qué fuerzas externas causan dichas desviaciones.

Así pues, siendo O_A la oferta agregada y D_A la demanda agregada, se presupone que se cumple la igualdad $O_A=D_A$ o, lo que es lo mismo, se presupone que $O_A/D_A=1$. En contraste, en un mercado donde $O_A/D_A>1$ se produce excedente, mientras que en un mercado donde $O_A/D_A<1$ se produce escasez. El objetivo de este capítulo es hallar las fórmulas específicas de O_A y D_A para poder desarrollar la igualdad $O_A=D_A$, que se corresponde a la fórmula del equilibrio entre la oferta y la demanda.

3.1.- La oferta

En el capitalismo la oferta del mercado es oferta de capital mercantil. Así, se concluye que la oferta agregada se puede descomponer en los mismos factores que la fórmula (1) si se define c como el capital constante agregado del mercado, v como el capital variable agregado del mercado y p como la plusvalía agregada del mercado:

$$O_A=c+v+p \quad (13)$$

3.2.- La demanda

Para deducir la fórmula (13) se ha agregado el capital constante, el capital variable y la plusvalía de todo el mercado. Este ejercicio, supone agregar todos los distintos ciclos de circulación del capital industrial en un único ciclo de circulación que engloba los distintos ciclos de circulación particulares. Aquí se sigue partiendo de este mismo escenario, donde se agregan los distintos ciclos de circulación del capital industrial en un único ciclo de circulación. Se parte también, por tanto, de la figura abstracta del capitalista global, que engloba a los distintos capitalistas particulares, y posteriormente se desgranarán los movimientos de la demanda entre los distintos sectores del mercado.

En el momento en que la oferta agregada existe y, por tanto, en el momento en que el capital mercantil agregado $O_A=c+v+p$ ha sido creado (pero aún no ha sido vendido), el capitalista global no posee las magnitudes c y p para realizar demanda en el mercado: por un lado, ya ha gastado la magnitud c para adquirir los medios de producción y, por otro lado, en este momento aún no ha realizado ninguna venta y, por tanto, aún no ha materializado ninguna parte de p con la que realizar demanda.

Así pues, toda la demanda social deberá empezar con el gasto de v por parte de la clase obrera, dado que esta es realmente la única magnitud de valor que el capitalista global ha lanzado a la circulación para realizar demanda en el mercado. Y en tanto v es la única magnitud de valor que se ha lanzado al mercado para realizar demanda en el mercado se concluye que, tras consumirse la parte v de la oferta, esta magnitud irá cambiando de manos en cada operación de compra-venta hasta consumir la parte restante de la oferta, a saber, $c+p$.

Así, en el primer movimiento de v , que consiste en el gasto del capital variable por parte de la clase obrera, se adquirirá el producto total del sector Ia , esto es, la clase obrera adquirirá medios de subsistencia para reponer su fuerza de trabajo, tal y como se expresa en la fórmula (11). Acto seguido, los capitalistas del sector Ia reservarán la parte proporcional al capital variable del valor vendido (a saber, v_{Ia}) para poder volver a comprar la fuerza de trabajo en la siguiente rotación del ciclo de circulación del capital industrial, a la vez que volverán a lanzar a la circulación la parte proporcional a los medios de producción (para renovar los mismos) y la parte proporcional a la

plusvalía del valor vendido (para realizar su consumo personal), esto es, lanzarán a la circulación la magnitud $c_{IIa}+p_{IIa}$.

Posteriormente, en tanto los capitalistas del sector *IIa* habrán lanzado a la circulación la magnitud $c_{IIa}+p_{IIa}$, los capitalistas del sector *I* habrán recibido c_{IIa} , con la que podrán realizar nueva demanda en el mercado, y los capitalistas del sector *IIf* habrán recibido p_{IIa} , con la que también podrán realizar nueva demanda en el mercado. Y, por tanto, el proceso anterior se repetirá: dichos capitalistas reservarán la parte proporcional al capital variable del valor vendido (para poder comprar la fuerza de trabajo en la siguiente rotación) y lanzarán a la circulación la parte proporcional al capital constante y la plusvalía del valor vendido (para reponer los medios de producción y realizar su consumo personal).

Remarcar que, obviamente, el gasto del capital variable no se realiza de golpe por parte de la clase obrera, sino en pequeñas compras. Del mismo modo, los capitalistas no tienen por qué retirar la parte proporcional a v del valor vendido en cada una de las pequeñas ventas, sino que podrían esperar a las últimas ventas para retirarla. Lo relevante, es que en el instante en que hayan vendido todo el capital mercantil (instante que engloba distintas pequeñas compras y, por tanto, representa el agregado de las mismas), los capitalistas deberán haber recuperado la parte proporcional a v para poder volver a comprar la fuerza de trabajo y, a la vez, habrán lanzado a la circulación la parte proporcional a $c+p$ para reponer los medios de producción y realizar su consumo personal.

El escenario descrito hasta ahora se corresponde, entonces, a la siguiente progresión geométrica:

Momento de la demanda	Demanda realizada	Demanda acumulada
Momento 0	v	v
Momento 1	$v \cdot \frac{c+p}{c+v+p}$	$v \cdot \left(1 + \frac{c+p}{c+v+p}\right)$
Momento 2	$v \cdot \left(\frac{c+p}{c+v+p}\right)^2$	$v \cdot \left[1 + \frac{c+p}{c+v+p} + \left(\frac{c+p}{c+v+p}\right)^2\right]$
Momento m	$v \cdot \left(\frac{c+p}{c+v+p}\right)^m$	$v \cdot \left[1 + \frac{c+p}{c+v+p} + \left(\frac{c+p}{c+v+p}\right)^2 + \dots + \left(\frac{c+p}{c+v+p}\right)^m\right]$

Y dicha progresión geométrica puede expresarse mediante la siguiente fórmula:

$$D_A = v \cdot \sum_{n=0}^m \left(\frac{c+p}{c+v+p}\right)^n \quad (14)$$

A su vez, en tanto en el *momento 0* se compran los medios de subsistencia que consume la clase obrera, la demanda realizada en el *momento 1* debe corresponderse a la suma entre los medios de producción y la plusvalía del sector *IIa*, esto es:

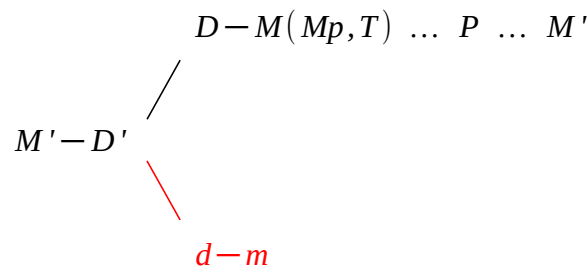
$$v \cdot \left(\frac{c+p}{c+v+p}\right) = c_{IIa} + p_{IIa} \quad (15)$$

De modo que la fórmula (14) se puede expresar de la siguiente forma:

$$D_A = v + (c_{IIa} + p_{IIa}) \cdot \sum_{n=0}^m \left(\frac{c+p}{c+v+p}\right)^n \quad (16)$$

Lo interesante de la fórmula (16) es que distingue el consumo obrero (representado en v) del consumo burgués (representado en la progresión geométrica de la magnitud $c_{IIa}+p_{IIa}$) en su forma (y, por tanto, incorpora la perspectiva de clase en los movimientos de la demanda agregada), mostrando así que la magnitud de valor que se lanza a la circulación para realizar el consumo burgués (magnitud que irá cambiando de manos entre los burgueses en cada operación de compra-venta, tal y como nos muestra la progresión) se corresponde a $c_{IIa}+p_{IIa}$, esto es, se corresponde a la suma entre el capital constante y la plusvalía del sector IIa .

A su vez, mediante el análisis del ciclo de circulación del capital industrial desde la perspectiva del capital mercantil, se observa que la magnitud de valor que se lanza a la circulación para realizar el consumo burgués se corresponde a la plusvalía agregada:



Así, ambas magnitudes, $c_{IIa}+p_{IIa}$ y p (representada con d en el esquema), hacen referencia a lo mismo, a saber, a la magnitud de valor que se lanza a la circulación para el consumo burgués, de lo que se deduce que en un mercado en equilibrio se deberá cumplir la propiedad: $c_{IIa}+p_{IIa}=p$.

En el *momento 1*, momento en que se inicia el consumo burgués, debe lanzarse a la circulación el componente de la renta agregada con el que se realiza el consumo burgués (a saber, p). Por tanto, el sector IIa debe, necesariamente, lanzar a la circulación el valor equivalente a la plusvalía agregada o, de lo contrario, no se lanzará a la circulación la magnitud necesaria para cubrir el consumo burgués y la demanda burguesa se intensificará o se frenará en función de cada caso concreto, causando desviaciones entre la oferta y la demanda agregadas.

Esta propiedad nos permite expresar la fórmula (16) del siguiente modo:

$$D_A = v + p \cdot \sum_{n=0}^m \left(\frac{c+p}{c+v+p} \right)^n \quad (17)$$

Las fórmulas (14), (16) y (17) están expresando todas lo mismo en términos matemáticos. Mas las dos primeras muestran que en el movimiento *real* lo que cambia de manos es el capital variable agregado y la tercera muestra que, desde la perspectiva de la renta agregada ($v+p$), lo que cambia de manos es la plusvalía (y, concretamente, de las manos de un burgués a las de otro burgués).

Así, siendo N el resultado del sumatorio de la progresión geométrica cuando m tiende a infinito, la fórmula (17) se corresponde a:

$$D_A = v + p \cdot N \quad (18)$$

Finalmente, la siguiente tabla muestra las magnitudes del capital mercantil consumido en cada momento de la iteración representada por la progresión geométrica:

Momento de la demanda	Demanda realizada	Oferta consumida
Momento 0	v	$c_{IIa} + v_{IIa} + p_{IIa}$

Momento 1	$v \cdot \frac{c+p}{c+v+p}$	$c_{Iib} + v_{Iib} + p_{Iib}$
Momento 2	$v \cdot \left(\frac{c+p}{c+v+p} \right)^2$	v_I
Momento 3	$v \cdot \left(\frac{c+p}{c+v+p} \right)^3$	p_I
Momentos 4 ... m	$v \cdot \sum_{n=4}^m \left(\frac{c+p}{c+v+p} \right)^n$	c_I

Esta forma de representar el orden de la oferta consumida desde una perspectiva agregada, donde se consume primero la producción de bienes de consumo, es exacta, dado que la reposición de los medios de producción, esto es, de la parte del valor social que actúa constantemente en funciones de capital, no puede llegar sino después de confirmarse su necesidad de reposición mediante la venta de los bienes de consumo.

3.3.- La fórmula del equilibrio

De las fórmulas (13) y (18) se deduce que la fórmula del equilibrio entre la oferta y la demanda $O_A = D_A$ se corresponde a:

$$c + v + p = v + p \cdot N \quad (19)$$

4.- El sumatorio de la progresión geométrica

La razón o factor de progresión (r) de la progresión geométrica expuesta en las fórmulas (14), (16) y (17) se corresponde a:

$$r = \frac{c+p}{c+v+p} \quad (20)$$

Y a su vez, es conocido que el sumatorio de la progresión geométrica, cuando m tiende a infinito, se corresponde a la siguiente fórmula:

$$N = \frac{1}{1-r} \quad (21)$$

Por tanto, combinando las fórmulas (20) y (21) se concluye automáticamente que:

$$N = \frac{c+v+p}{v} \quad (22)$$

5.- La fórmula de la plusvalía

Una vez deducidas las fórmulas (19) y (22) se desvela, desarrollando la igualdad de la fórmula (19), que la fórmula de la plusvalía se corresponde a:

$$p^2 + c \cdot p - c \cdot v = 0 \quad (23)$$

Y en tanto la fórmula (23) tiene prácticamente la forma de un binomio cuadrado perfecto, se puede desarrollar la fórmula hasta aislar la plusvalía. El resultado, es el siguiente:

$$p = \sqrt{c \cdot v + \frac{c^2}{4}} - \frac{c}{2} \quad (24)$$

Llegados a este punto se ha completado el primer objetivo: hallar la fórmula de la plusvalía.

5.1.- La fórmula de la plusvalía en función de la composición orgánica del capital

A partir de las fórmulas (24) y (3) se deduce que la fórmula de la plusvalía en función de la composición orgánica del capital se corresponde a:

$$p = c \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{COC} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \right) \quad (25)$$

5.2.- La tasa de plusvalía en función de la composición orgánica del capital

Una vez realizado el ejercicio anterior se deduce, combinando las fórmulas (25) y (4), que la fórmula de la tasa de plusvalía en función de la composición orgánica del capital se corresponde a:

$$p' = COC \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{COC} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \right) \quad (26)$$

5.3.- La tasa de ganancia en función de la composición orgánica del capital

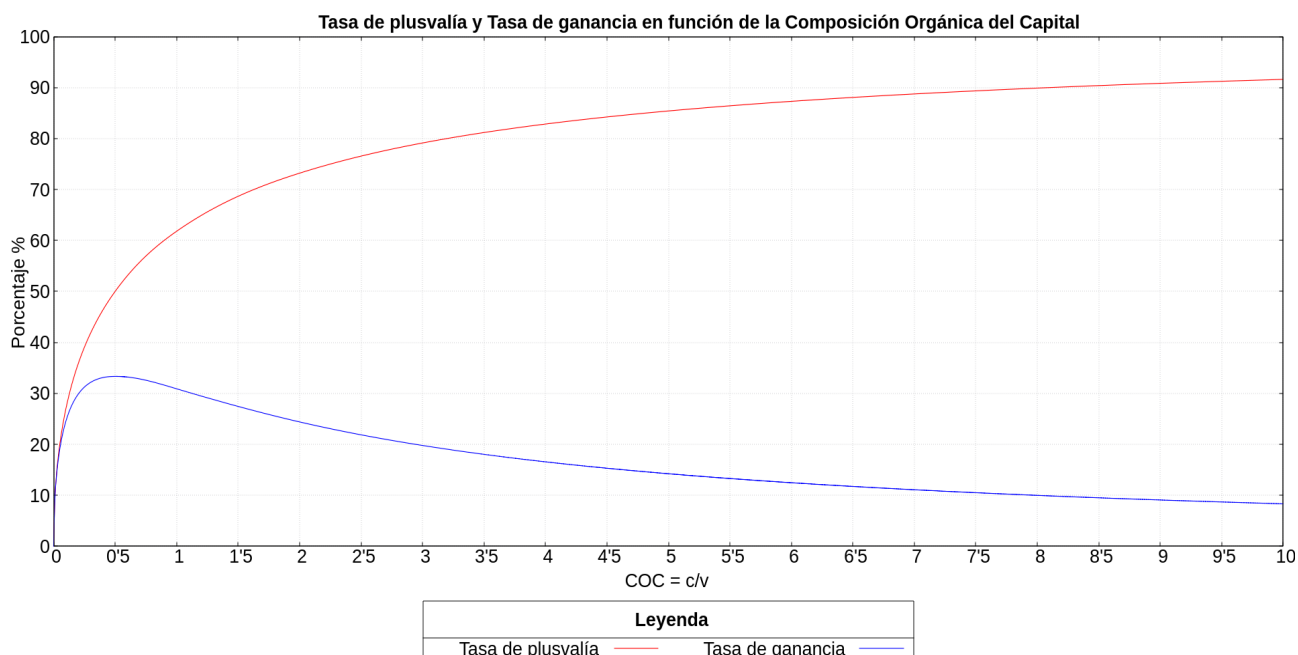
Del mismo modo se deduce, combinando las fórmulas (25) y (5), que la fórmula de la tasa de ganancia en función de la composición orgánica del capital se corresponde a:

$$g' = \frac{COC}{COC+1} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{COC} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \right) \quad (27)$$

5.4.- Gráfica: evolución de la tasa de ganancia y de la tasa de plusvalía en función de la composición orgánica del capital

En la gráfica de la Figura 1 se han calculado distintos valores de la tasa de ganancia y la tasa de plusvalía en función de distintos valores de la composición orgánica del capital.

Figura 1: tasa de ganancia y tasa de plusvalía en función de la composición orgánica del capital.



Fuente: elaboración propia.

Donde se observa que para valores pequeños de la composición orgánica del capital (entendiendo valores pequeños como los menores a $\frac{1}{2}$) la tasa de plusvalía y la tasa de ganancia tienden a evolucionar de forma proporcional, mas para valores grandes de la composición orgánica del capital (entendiendo valores grandes como los mayores a $\frac{1}{2}$) la tasa de ganancia tiende a ser inversamente proporcional a la tasa de plusvalía.

Se observa, también, que una tasa de plusvalía del 100% se nos presenta como un límite que jamás se podrá alcanzar. Esta circunstancia a primera vista podría parecer llamativa, dado que existen otros estudios marxistas que han hallado tasas de plusvalía mayores al 100% en los mercados reales. El por qué de esta circunstancia se debe a distintos factores, algunos de los cuales no son objeto de análisis del presente documento, y aquí solo se analizará (más adelante) uno de los múltiples factores: el trabajo improductivo.

6.- La distribución interna del valor de los dos sectores principales

El presente capítulo se introduce como una necesidad para deducir posteriormente las leyes matemáticas que rigen la transformación de tiempo de trabajo concreto a valor.

De las fórmulas (7) y (8) se deduce que la distribución interna de los dos sectores principales del capitalismo, a saber, el sector I y el sector II, pueden expresarse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} c_I &= \frac{c \cdot COC}{COC + p' + 1} \\ v_I &= \frac{c}{COC + p' + 1} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} p_I &= \frac{c \cdot p'}{COC + p' + 1} \\ c_{II} &= \frac{(v+p) \cdot COC}{COC + p' + 1} \\ v_{II} &= \frac{v+p}{COC + p' + 1} \\ p_{II} &= \frac{(v+p) \cdot p'}{COC + p' + 1} \end{aligned} \quad (29)$$

Donde se puede observar que todos los componentes de valor han quedado divididos por la magnitud $COC + p' + 1$, magnitud que se corresponde a la fórmula de las N iteraciones de la plusvalía:

$$N = \frac{c+v+p}{v} = \frac{c}{v} + \frac{v}{v} + \frac{p}{v} = COC + 1 + p' \quad (30)$$

De modo que se pueden expresar los componentes de valor de ambos sectores de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Sector I: } c_I &= \frac{c \cdot COC}{N}; \quad v_I = \frac{c}{N}; \quad p_I = \frac{c \cdot p'}{N} \\ \text{Sector II: } c_{II} &= \frac{(v+p) \cdot COC}{N}; \quad v_{II} = \frac{v+p}{N}; \quad p_{II} = \frac{(v+p) \cdot p'}{N} \end{aligned} \quad (31)$$

7.- El valor en función de la masa de trabajo concreto

A continuación se expone la relación matemática existente ente valor y masa de trabajo concreto.

7.1.- La composición orgánica del capital en función de la masa de trabajo

El capital variable agregado de los dos sectores principales puede expresarse en función de las horas de trabajo multiplicando las horas totales empleadas en cada sector por el precio por hora de la fuerza de trabajo de cada sector. Por tanto, siendo la variable v el precio por hora medio de la fuerza de trabajo y H la cantidad de horas totales de trabajo concreto, el capital variable agregado de cada sector se corresponde a:

$$\begin{aligned} v_I &= H_I \cdot v_I \\ v_{II} &= H_{II} \cdot v_{II} \end{aligned} \quad (32)$$

Por otro lado, tal y como se ha visto en las fórmulas con referencia (31) del capítulo anterior, el capital variable de cada sector también puede expresarse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} v_I &= \frac{c}{N} \\ v_{II} &= \frac{v+p}{N} \end{aligned}$$

De lo que se deduce que los capitales variables de los dos sectores principales guardan la siguiente relación:

$$\frac{v_I}{v_{II}} = \frac{H_I \cdot v_I}{H_{II} \cdot v_{II}} = \frac{COC}{1+p'} \quad (33)$$

Además anteriormente se ha hallado la fórmula (26), que describe la tasa de plusvalía en función de la composición orgánica del capital. Por tanto, la relación que guardan los capitales variables de los dos sectores principales se puede expresar mediante de la siguiente igualdad:

$$\frac{H_I \cdot v_I}{H_{II} \cdot v_{II}} = \frac{COC}{1+COC \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{COC} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \right)} \quad (34)$$

Y al desarrollar la igualdad de la fórmula (34) se llega a la siguiente fórmula cuadrática que describe la composición orgánica del capital en función de la masa de trabajo y el precio de la fuerza de trabajo de cada uno de los dos sectores principales:

$$\left(1 + \frac{H_I \cdot v_I}{H_{II} \cdot v_{II}} \right) \cdot COC^2 - 2 \cdot \left[\frac{H_I \cdot v_I}{H_{II} \cdot v_{II}} + \left(\frac{H_I \cdot v_I}{H_{II} \cdot v_{II}} \right)^2 \right] \cdot COC + \left(\frac{H_I \cdot v_I}{H_{II} \cdot v_{II}} \right)^2 = 0 \quad (35)$$

Y en un escenario ideal donde toda la clase obrera compita por los puestos de trabajo en condiciones de competencia perfecta, entonces se cumple $v_I = v_{II}$, esto es, el precio por hora de la fuerza de trabajo es el mismo en ambos sectores. Por tanto, en dicho escenario se puede expresar la fórmula (35) estrictamente en función de la masa de trabajo:

$$\left(1 + \frac{H_I}{H_{II}} \right) \cdot COC^2 - 2 \cdot \left[\frac{H_I}{H_{II}} + \left(\frac{H_I}{H_{II}} \right)^2 \right] \cdot COC + \left(\frac{H_I}{H_{II}} \right)^2 = 0 \quad (36)$$

A su vez, en tanto la fórmula (35) tiene prácticamente la forma de un binomio cuadrado perfecto, se puede desarrollar la susodicha fórmula hasta aislar la composición orgánica del capital:

$$COC = \frac{H_I \cdot v_I}{H_{II} \cdot v_{II}} \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{H_I \cdot v_I}}{\sqrt{H_I \cdot v_I + H_{II} \cdot v_{II}}} \right) \quad (37)$$

Y nuevamente, en el escenario ideal donde se cumple que $v_I = v_{II}$, la fórmula (37) depende estrictamente de la masa de trabajo:

$$COC = \frac{H_I}{H_{II}} \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{H_I}}{\sqrt{H_I + H_{II}}} \right) \quad (38)$$

7.2.- La tasa de plusvalía en función de la masa de trabajo

Combinando las fórmulas (38) y (26) se obtiene la fórmula de la tasa de plusvalía en función de la masa y el precio de la fuerza de trabajo:

$$p' = \frac{H_I \cdot v_I}{H_{II} \cdot v_{II}} \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{H_I \cdot v_I}}{\sqrt{H_I \cdot v_I + H_{II} \cdot v_{II}}} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{H_{II} \cdot v_{II} \cdot \sqrt{H_I \cdot v_I + H_{II} \cdot v_{II}}}{H_I \cdot v_I \cdot (\sqrt{H_I \cdot v_I + H_{II} \cdot v_{II}} + \sqrt{H_I \cdot v_I})}} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) \quad (39)$$

Y nuevamente, en el escenario ideal donde se cumple que $v_I = v_{II}$, la fórmula (39) depende estrictamente de la masa de trabajo:

$$p' = \frac{H_I}{H_{II}} \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{H_I}}{\sqrt{H_I + H_{II}}} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{H_{II} \cdot \sqrt{H_I + H_{II}}}{H_I \cdot (\sqrt{H_I + H_{II}} + \sqrt{H_I})}} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) \quad (40)$$

7.3.- El valor en función de la masa de trabajo concreto

Llegados a este punto se han hallado las fórmulas necesarias para calcular la composición orgánica del capital y la tasa de plusvalía (y, por tanto, la distribución $COC+1+p'$) partiendo estrictamente de las masas de trabajo concreto.

Y una vez conocida dicha distribución, se puede conocer el valor total producido multiplicando la misma por el capital variable agregado, tal y como se muestra a continuación:

$$(COC+1+p') \cdot v = \left(\frac{c}{v} + \frac{v}{v} + \frac{p}{v} \right) \cdot v = c+v+p \quad (41)$$

Así pues, el ejercicio que se ha realizado a lo largo del presente capítulo supone la demostración matemática de que el valor solo lo crea el trabajo (y, en concreto, el trabajo socialmente útil), dado que podemos calcular el valor total producido partiendo estrictamente de la masa y el precio de la fuerza de trabajo mediante las fórmulas (37), (39) y (41).

7.4.- La masa de trabajo abstracto en función de la masa de trabajo concreto

Del mismo modo, también podemos calcular el valor total producido expresado en términos de la masa de trabajo abstracto contenida en el capital mercantil. Este cálculo supone la demostración matemática del carácter bifacético del trabajo y se corresponde a la siguiente fórmula:

$$(COC+1+p') \cdot (H_I + H_{II}) \quad (42)$$

Las unidades resultantes son las mismas que las unidades empleadas para medir la masa de trabajo concreto (por ejemplo, horas). Esto es coherente, dado que aquí estamos midiendo el valor en unidades de tiempo y no en unidades monetarias.

7.5.- La expresión monetaria del trabajo abstracto

Finalmente, el valor total expresado en masa de trabajo abstracto se puede expresar en unidades monetarias multiplicando el mismo por el capital variable por hora medio con el que se remunerarán los trabajos concretos H_I y H_{II} , el cual se identifica con v :

$$(COC+1+p') \cdot (H_I+H_{II}) \cdot v = (COC+1+p') \cdot v = c+v+p \quad (43)$$

Las fórmulas (42) y (43) miden realmente lo mismo: el valor producido. Pero lo hacen en unidades distintas: una lo mide en unidades de tiempo de trabajo, la otra lo mide en las mismas unidades monetarias con las que se compra la fuerza de trabajo. La fórmula (43) es respecto a la fórmula (42), entonces, un mero cambio de base en el que pasamos de unas unidades a otras.

Llegados a este punto se ha completado el segundo objetivo: hallar las leyes matemáticas que rigen la transformación de trabajo concreto a valor.

8.- El trabajo improductivo

Para el capital, todo el trabajo es trabajo abstractamente humano (que debe valorizarse mediante la venta del capital mercantil) sin importar la naturaleza de cada trabajo concreto en cuestión. En términos de circulación los salarios improductivos (destinados a funciones como la gerencia, la supervisión, etc.) son parte del capital variable global que el capitalista global lanza a la circulación y que debe refluir a sus bolsillos mediante la progresión geométrica para que pueda volver a pagarlos. Desde la perspectiva de la circulación, entonces, el capital no distingue los salarios improductivos de los salarios productivos. El capital variable global se puede descomponer, por tanto, entre la parte productiva (v_p) y la parte improductiva (v_m):

$$v = v_p + v_m \quad (44)$$

Y por herencia, la misma descomposición puede expresarse en el producto global, es decir:

$$c+v+p = c+v_p+v_m+p \quad (45)$$

De esto se deduce que los trabajadores productivos y las trabajadoras productivas no solo crean el valor equivalente a sus propios salarios más una plusvalía asociada, sino que con su trabajo también crean el valor equivalente a los salarios improductivos.

8.1.- El desdoblamiento entre la tasa de plusvalía y el grado de explotación

En un escenario ideal donde no existe el trabajo improductivo, la tasa de plusvalía tiene un carácter doble: habla tanto de las proporciones internas del mercado como del grado de explotación de la fuerza de trabajo que sufren los trabajadores productivos y las trabajadoras productivas. Mas, cuando el trabajo improductivo entra en escena, la tasa de plusvalía pierde este carácter doble y solo expresa información sobre las proporciones internas del mercado y, para conocer el grado de explotación que sufre la fuerza de trabajo productiva, es necesario calcular una nueva tasa (p_p'):

$$p_p' = \frac{v_m + p}{v_p} \quad (46)$$

Se produce, por tanto, un desdoblamiento entre la tasa de plusvalía y el grado de explotación de la fuerza de trabajo, siendo el grado de explotación siempre mayor que la tasa de plusvalía.

8.2.- El efecto del trabajo improductivo sobre el tiempo de trabajo remunerado y no remunerado del trabajo productivo

El trabajo improductivo también supone un impacto sobre los tiempos de trabajo remunerado y no remunerado de los trabajadores productivos y las trabajadoras productivas. Siendo H_p la cantidad de horas de trabajo productivo empleado, los tiempos de trabajo remunerado y no remunerado de los trabajadores productivos y las trabajadoras productivas se corresponden a:

$$\begin{aligned} \text{Tiempo de trabajo productivo remunerado} &= \frac{v_p}{v+p} \cdot H_p \\ \text{Tiempo de trabajo productivo no remunerado} &= \frac{v_m+p}{v+p} \cdot H_p \end{aligned} \quad (47)$$

Llegados a este punto se ha completado el tercer objetivo: determinar qué papel desempeña el trabajo improductivo durante el proceso social de valorización.

9.- El valor que circula en el mercado interno

El concepto de *valor que circula en el mercado interno* se presenta en contraposición al valor total producido ($c+v+p$) en una economía no cerrada y de reproducción ampliada, y se refiere a la magnitud del valor agregado que realmente circula en el mercado interno durante el periodo analizado.

El ahorro social neto (que se identificará con la variable s y que incluye el déficit/superávit público) implica una capacidad de demanda que no se realiza y, por tanto, implica un stock constante de mercancías que no circulan durante el periodo analizado (por ejemplo, un año natural) sino que circulará en el próximo periodo. Así, para conocer el valor que circula en el mercado interno durante el periodo analizado, es necesario restar el ahorro social neto al valor total producido.

Del mismo modo, las exportaciones (que se identificarán con la variable x) representan una magnitud de valor que se crea dentro del mercado analizado pero que termina circulando en otros mercados, de suerte que también debemos restarlas para obtener el valor que circula en el mercado interno. Y lo contrario sucede con las importaciones (que se identificarán con la variable i), que representan un valor que se produce fuera del mercado analizado pero que se vende dentro del mismo y, por tanto, deben sumarse al valor total producido para conocer el valor que circula en el mercado interno.

Por tanto, el valor que circula internamente en el mercado analizado se corresponde a:

$$c+v+p-s-x+i \quad (48)$$

10.- El precio del valor agregado

Prescindiendo de los impuestos y las subvenciones a la producción, la expresión en precio del valor agregado $c+v+p$, en una economía no cerrada y de reproducción ampliada, tiende a igualarse a la magnitud del valor que circula en el mercado interno, a saber, a la fórmula (48). Esto se debe a que los ahorros sociales netos, al implicar un stock constante de mercancías, fuerzan una reducción de la expresión en precio del valor agregado y, por herencia, contribuyen a que cada unidad de papel-moneda represente una cantidad mayor de valor. Del mismo modo, las exportaciones fortalecen el papel-moneda del mercado con respecto al mercado internacional y, por tanto, también contribuyen

a que cada unidad de papel-moneda represente una cantidad mayor de valor y reducen la magnitud de la expresión en precio del valor agregado $c+v+p$. Y, por herencia, las importaciones actúan en sentido opuesto: aumentan la magnitud de la expresión en precio del valor agregado $c+v+p$.

Finalmente, en un mercado donde existan los impuestos y las subvenciones a la producción (que se identificarán con las variables I y S respectivamente) la expresión en precio del valor agregado $c+v+p$ tiende a igualarse a la magnitud:

$$c+v+p-s-x+i+I-S \quad (49)$$

Llegados a este punto se ha completado el cuarto objetivo: determinar cuál es la expresión en precio del valor agregado.

11.- Validación con datos reales

A continuación se validará el modelo matemático propuesto con datos reales. La validación se centra en la fórmula (23) dado que las fórmulas (37) y (39) se derivan directamente de la misma y, al validar la fórmula (23), se validan también todas las fórmulas que se derivan de ésta.

11.1.- Fuente de los datos

La fuente de todos los datos empleados para la validación con datos reales es Eurostat. En el [Apéndice 2: enlaces a las fuentes originales de los datos y a la documentación oficial](#) se adjuntan los enlaces originales a las fuentes de los datos empleadas.

11.2.- Datos necesarios y su tratamiento

En la validación se han usado los datos de la Zona Euro. Para obtener los datos agregados de la Zona Euro se han descargado los datos anuales particulares de cada uno de los 19 países y se han sumado los mismos. Los distintos datos empleados y su tratamiento se detallan a continuación.

11.2.1.- Consumo de capital fijo

El consumo de capital fijo (c_f) se publica bajo el nombre inglés *Consumption of fixed capital*, en el dataset *nasa_10_nf_tr*, bajo el identificador *P51C*. No requiere ningún tratamiento matemático, dado que se corresponde directamente a la categoría marxista de capital fijo. Se identificará con la variable c_f .

11.2.2.- Consumo de capital circulante

El consumo de capital circulante (c_c) se publica bajo el nombre inglés *Intermediate consumption*, en el dataset *nasa_10_nf_tr*, bajo el identificador *P2*. No requiere ningún tratamiento matemático, dado que se corresponde directamente a la categoría marxista de capital circulante.

11.2.3.- Capital constante

El consumo de capital constante (c) no se publica en Eurostat, de suerte que se debe calcular partiendo del consumo de capital fijo y el consumo de capital circulante mediante la fórmula (2).

11.2.4.- Capital variable

El capital variable (v) se publica bajo el nombre inglés *Compensation of employees*, en el dataset *nasa_10_gdp*, bajo el identificador *D1*. No requiere ningún tratamiento matemático, dado que se corresponde directamente a la categoría marxista de capital variable.

11.2.5.- Ahorro social

El ahorro social (s) se publica bajo el nombre inglés *Saving, net*, en el dataset *tipsnf11*, bajo el identificador $S1$ que se refiere al ahorro del total de la economía. No requiere ningún tratamiento matemático, dado que se corresponde directamente a la categoría marxista de ahorro social.

11.2.6.- Exportaciones

Las exportaciones (x) se publican bajo el nombre inglés *Exports of goods and services*, en el dataset *nama_10_exi*, bajo el identificador $P6$. No requiere ningún tratamiento matemático, dado que se corresponde directamente a la categoría marxista de exportaciones.

En los años comprendidos del 1995 a 2007 (ambos inclusive) las cuentas nacionales de Eurostat no ofrecen el dato de las exportaciones de Alemania, Italia, Estonia, Lituania y Eslovenia, motivo por el cual las exportaciones de dichos países se han completado con las cuentas internacionales en los años afectados.

Para el caso concreto de Estonia, Lituania y Eslovenia, las cuentas internacionales tampoco ofrecen el dato de las exportaciones en los años 1995, 1996, 1997 y 1998, de modo que en estos años sus exportaciones no han podido ser tomadas en consideración y no se incluyen en la validación.

11.2.7.- Importaciones

Las importaciones (i) se publican bajo el nombre inglés *Imports of goods and services*, en el dataset *nama_10_exi*, bajo el identificador $P7$. No requiere ningún tratamiento matemático, dado que se corresponde directamente a la categoría marxista de importaciones.

En los años comprendidos del 1995 a 2007 (ambos inclusive) las cuentas nacionales de Eurostat no ofrecen el dato de las importaciones de Alemania, Italia, Estonia, Lituania y Eslovenia, motivo por el cual las importaciones de dichos países se han completado con las cuentas internacionales en los años afectados.

Para el caso concreto de Estonia, Lituania y Eslovenia, las cuentas internacionales tampoco ofrecen el dato de las importaciones en los años 1995, 1996, 1997 y 1998, de modo que en estos años sus importaciones no han podido ser tomadas en consideración y no se incluyen en la validación.

11.2.8.- Valor Añadido Bruto

El Valor Añadido Bruto (VAB) se publica bajo el nombre inglés *Value added, gross*, en el dataset *nama_10_gdp*, bajo el identificador $B1G$. El VAB no es una medida de la expresión en precio de la producción total, sino que es una medida bruta de la expresión en precio de los bienes finales y no contiene el capital circulante ni los impuestos y las subvenciones a la producción. Así, el VAB tiende a igualarse a la magnitud del valor que circula en el mercado interno menos el capital circulante. Es decir:

$$VAB \simeq c_f + v + p - s - x + i \quad (50)$$

11.3.- Validación del modelo

En este apartado se contrastará la validez del modelo matemático expuesto para el cálculo del precio final del valor agregado o, lo que es lo mismo, del producto total. Para ello, primero se calculará la magnitud absoluta de la plusvalía mediante la fórmula (23) usando el capital constante y el capital variable agregados obtenidos de la base de datos de Eurostat y posteriormente se

calculará la magnitud absoluta del valor que circula en el mercado interno mediante la fórmula (48), magnitud que (tal y como se ha visto anteriormente) representa la expresión en precio del valor agregado ($c+v+p$) prescindiendo de los impuestos y las subvenciones a la producción.

Finalmente se contrastará dicha magnitud con los precios agregados observados en el mercado prescindiendo de los impuestos y las subvenciones a la producción, los cuales se obtienen sumando el consumo intermedio (c_c) al valor añadido bruto (VAB). No esperamos encontrar una coincidencia exacta entre las dos magnitudes sino una tendencia a coincidir, esto es:

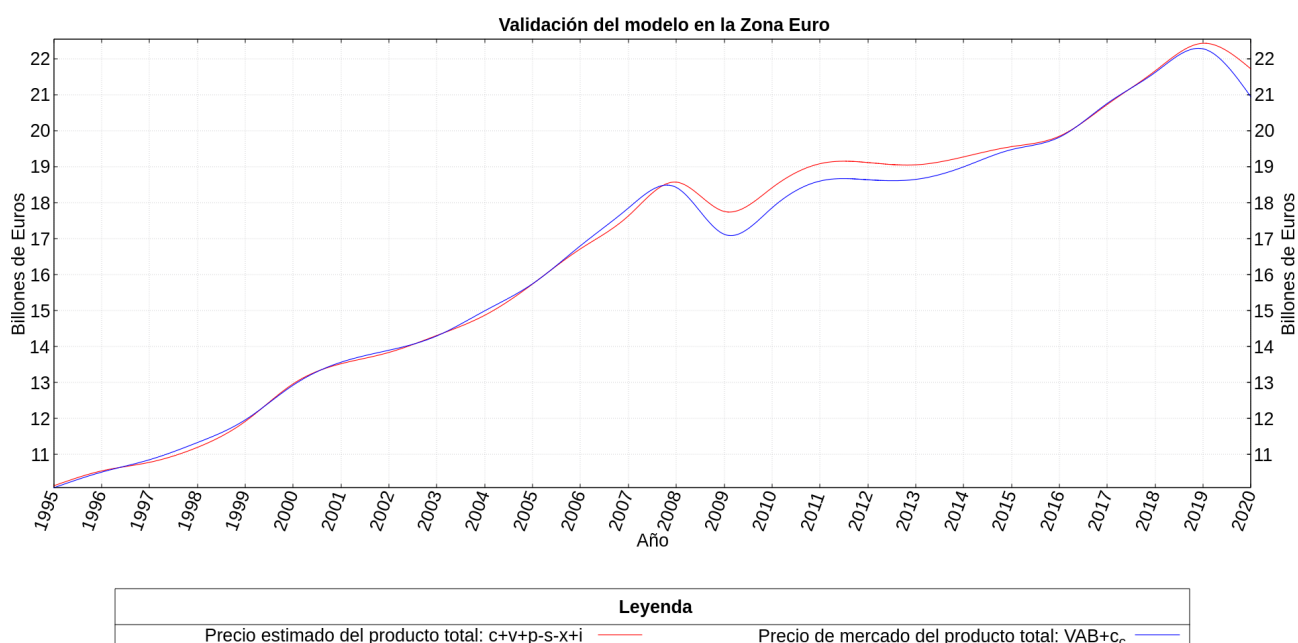
$$VAB+c_c \simeq c+v+p-s-x+i \quad (51)$$

La validación podría realizarse también contemplando los impuestos y las subvenciones a la producción empleando el producto interior bruto (PIB) en lugar del valor añadido bruto (VAB) y la tendencia a validar se correspondería a:

$$PIB+c_c \simeq c+v+p-s-x+i+I-S \quad (52)$$

En la Figura 2 se muestra la gráfica que representa la validación de la tendencia expresada en la fórmula (51):

Figura 2: mercado de la Zona Euro, validación del modelo matemático.



Fuente: elaboración propia. Datos: Eurostat, a fecha 24 de Junio de 2022. Países incluidos: Austria, Bélgica, Chipre, Estonia, Finlandia, Francia, Alemania, Grecia, Irlanda, Italia, Letonia, Lituania, Luxemburgo, Malta, Holanda, Portugal, Eslovaquia, Eslovenia, España. Se corresponden a los 19 países que comparten la moneda Euro.

Se puede observar que, efectivamente, las líneas roja y azul tienden a coincidir en el tiempo. Con excepción de los periodos de crisis (esto es, en el periodo de 2009 a 2014 y en el año 2020), escenarios especialmente alejados del equilibrio y, por tanto, donde los precios se desvían drásticamente del valor.

Se puede observar, también, que tanto la crisis del 2008 como la crisis del 2020 se expresaron en la Zona Euro como crisis por superproducción, en tanto los precios de mercado se desvían del valor por defecto y por no exceso.

11.4.- El margen de error relativo del modelo

A continuación se mostrará una tabla con el margen de error relativo que presenta el modelo matemático en cada año. Siendo V_c la expresión en precio del producto total (fórmula (48)) y P_c el precio de mercado del producto total ($VAB+c_c$), la fórmula empleada para calcular el margen de error relativo de cada año se corresponde a la siguiente:

$$Er = \frac{|P_c - V_c|}{P_c} \quad (53)$$

También se calculará el margen de error relativo agregado, esto es, englobando todos los años, así como el margen de error relativo agregado de los años donde no hubo crisis. La fórmula empleada es la siguiente, donde el subíndice i hace referencia al año i -ésimo y n hace referencia al total de años:

$$Er = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{|P_{c_i} - V_{c_i}|}{P_{c_i}} \quad (54)$$

La tabla resultante con el margen de error de cada año, es la siguiente. Las unidades del precio estimado y del precio de mercado se presentan en millones de Euros.

Año	Precio estimado	Precio de mercado	Error Relativo	Error Relativo %
1995	10.128.089	10.072.749	0'00549	0'549%
1996	10.542.473	10.507.806	0'00329	0'329%
1997	10.781.030	10.853.358	0'00666	0'666%
1998	11.196.188	11.330.003	0'01181	1'181%
1999	11.917.344	11.961.126	0'00366	0'366%
2000	12.962.957	12.924.847	0'00295	0'295%
2001	13.521.566	13.563.691	0'00311	0'311%
2002	13.835.903	13.896.962	0'00439	0'439%
2003	14.307.672	14.294.566	0'00092	0'092%
2004	14.867.897	14.991.862	0'00827	0'827%
2005	15.738.003	15.744.641	0'00042	0'042%
2006	16.715.704	16.802.464	0'00516	0'516%
2007	17.630.943	17.849.321	0'01223	1'223%
2008	18.569.529	18.422.947	0'00796	0'796%
2009	17.756.001	17.121.053	0'03709	3'709%
2010	18.412.778	17.855.457	0'03121	3'121%
2011	19.081.802	18.599.525	0'02593	2'593%
2012	19.114.883	18.636.250	0'02568	2'568%
2013	19.051.100	18.646.255	0'02171	2'171%
2014	19.271.937	18.994.940	0'01458	1'458%
2015	19.555.651	19.473.761	0'00421	0'421%
2016	19.847.205	19.819.827	0'00138	0'138%
2017	20.729.654	20.759.198	0'00142	0'142%
2018	21.662.563	21.619.204	0'00201	0'201%
2019	22.428.887	22.275.061	0'00691	0'691%
2020	21.715.551	20.937.072	0'03718	3'718%

Se puede observar que en los años de estabilidad, esto es, los años en los que no hubo crisis, el margen de error relativo es inferior al 1% (con excepción de los años 1998 y 2007). Por contra, en

los años de crisis el margen de error relativo oscila entre un 3'8% y un 1'4% aproximadamente, tal y como se puede observar en el periodo del 2009 al 2014 (ambos inclusive) y en el año 2020.

El menor margen de error relativo se observa en 2005, donde es del 0'00042 o, lo que es lo mismo, del 0'042%, que supone una precisión del 99'958%. El mayor margen de error relativo se observa en 2020 (periodo de crisis), donde es del 0'03718 o, lo que es lo mismo, del 3'718%, que supone una precisión del 96'282%. El margen de error relativo medio englobando todos los años es de 0'01099 o, lo que es lo mismo, del 1'099%, lo cual supone una precisión media del 98'901%.

Por otro lado, el margen de error relativo medio en los años de estabilidad, esto es, en los años donde no hubo crisis, para los cuales se ha considerado el periodo de 1995 a 2008 (ambos inclusive) y el periodo de 2015 a 2019 (ambos inclusive), es de 0'00486 o, lo que es lo mismo, del 0'486%. Se concluye, por tanto, que en los periodos de estabilidad las fórmulas presentadas en la presente tesis ofrecen de media una precisión del 99'514% en la Zona Euro.

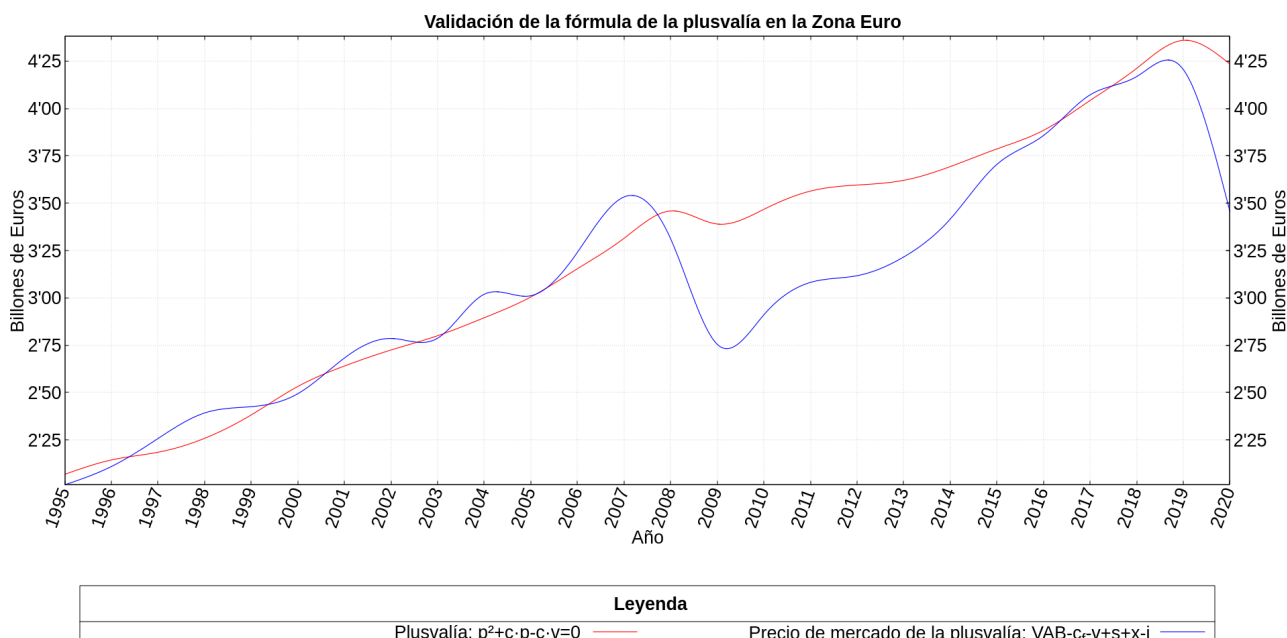
11.5.- Validación de la fórmula de la plusvalía

En este apartado se validará la fórmula de la plusvalía, a saber, la fórmula (23), de forma aislada. La validación es esencialmente la misma que la que se ha realizado anteriormente para validar el modelo contra el producto total, de modo que no se requiere entrar aquí en grandes explicaciones. Basta con señalar que la tendencia que se valida es la siguiente:

$$p \simeq VAB - c_f - v + s + x - i \quad (55)$$

En la Figura 3 se muestra la gráfica que representa la validación de la tendencia expresada en la fórmula (55):

Figura 3: mercado de la Zona Euro, validación de la fórmula de la plusvalía.



Fuente: *elaboración propia*. Datos: Eurostat, a fecha 24 de Junio de 2022. Países incluidos: Austria, Bélgica, Chipre, Estonia, Finlandia, Francia, Alemania, Grecia, Irlanda, Italia, Letonia, Lituania, Luxemburgo, Malta, Holanda, Portugal, Eslovaquia, Eslovenia, España. Se corresponden a los 19 países que comparten la moneda Euro.

Se puede observar que el precio de mercado de la plusvalía oscila sobre la plusvalía expresada en valor. A su vez, se observa también que el margen de error relativo aparece aquí sobre-

dimensionado, al imputarse el margen de error relativo del valor añadido bruto solo contra la plusvalía. Finalmente, al observarse más claramente cómo oscila el precio de mercado sobre la expresión en valor, también se se pueden observar los ciclos de producción del capitalismo.

11.6.- El margen de error relativo de la fórmula de la plusvalía

A continuación se mostrará la tabla correspondiente al margen de error relativo de la fórmula de la plusvalía. Las fórmulas empleadas para calcular el margen de error relativo son las mismas empleadas anteriormente, a saber, las fórmulas (53) y (54), de modo que no es necesario detallarlas aquí.

Sí que es importante remarcar, tal y como ya se señaló anteriormente, que aquí se está imputando el margen de error relativo de todo el valor añadido bruto solo contra la plusvalía, lo cual da a lugar a un margen de error sobre-dimensionado. Tanto el sector *I* (en este caso, solo en el consumo de capital fijo), como el sector *Iia*, como el sector *Iib* del mercado (véase el capítulo Los sectores del mercado), pueden tener desviaciones en sus respectivos precios de mercado.

Así, puede existir, por ejemplo, una desviación en la siguiente tendencia (entendiendo en este caso la parte izquierda de la tendencia como una medida de precios y no como una medida de valor):

$$c_{Iia} + v_{Iia} + p_{Iia} \approx v \quad (56)$$

Del mismo modo que puede existir una desviación en la siguiente tendencia (también entendiendo la parte izquierda de la tendencia como una medida de precios y no de valor):

$$c_{Iib} + v_{Iib} + p_{Iib} \approx p \quad (57)$$

Y lo mismo aplica con el consumo de capital fijo, dado que esta magnitud se estima a través de tasas estandarizadas de desgaste que se aplican sobre el stock de capital fijo.

En las cuentas nacionales no se publican los precios agregados del sector *Iib* de forma aislada. Por tanto, la única forma de calcular el margen de error relativo de la fórmula de la plusvalía mediante las cuentas nacionales es partiendo del valor añadido bruto (o del excedente neto de explotación, que para el caso que nos ocupa no cambia en nada las cosas), lo cual implica que en los cálculos se está arrastrando el posible margen de error relativo que puede existir en los sectores *Iia* y *Ia*.

De tener los precios agregados del sector *Iib* de forma aislada, el cálculo podría realizarse de forma más precisa. Mas esta circunstancia no supone, realmente, un problema especialmente grave. Sino que simplemente se debe tener en cuenta lo anteriormente comentado al evaluar los márgenes de error relativos que se presentarán.

La tabla resultante con el margen de error de cada año, es la siguiente. Las unidades de la plusvalía y del precio de mercado de la plusvalía se presentan en millones de Euros.

Año	Plusvalía	Precio de mercado	Error Relativo	Error Relativo %
1995	2.068.036	2.012.695	0'0275	2,75%
1996	2.143.908	2.109.241	0'0164	1,64%
1997	2.184.646	2.256.975	0'0320	3,20%
1998	2.258.243	2.392.058	0'0590	5,59%
1999	2.381.645	2.425.427	0'0181	1,81%
2000	2.531.924	2.493.813	0'0153	1,53%
2001	2.639.968	2.682.093	0'0157	1,57%

2002	2.724.554	2.785.613	0'0219	2,19%
2003	2.799.986	2.786.881	0'0047	0,47%
2004	2.894.878	3.018.843	0'0411	4,11%
2005	3.004.543	3.011.180	0'0022	0,22%
2006	3.153.714	3.240.474	0'0268	2,68%
2007	3.314.231	3.532.609	0'0618	6,18%
2008	3.458.599	3.312.017	0'0443	4,43%
2009	3.389.854	2.754.905	0'2305	23,05%
2010	3.467.353	2.910.033	0'1915	19,15%
2011	3.563.675	3.081.398	0'1565	15,65%
2012	3.595.637	3.117.005	0'1536	15,36%
2013	3.620.518	3.215.672	0'1259	12,59%
2014	3.693.070	3.416.073	0'0811	8,11%
2015	3.786.292	3.704.402	0'0221	2,21%
2016	3.884.390	3.857.012	0'0071	0,71%
2017	4.042.091	4.071.634	0'0073	0,73%
2018	4.211.835	4.168.476	0'0104	1,04%
2019	4.359.729	4.205.903	0'0366	3,66%
2020	4.234.857	3.456.377	0'2252	22,52%

Se puede observar que, nuevamente, el margen de error relativo mínimo se halla en 2005, siendo de solo de 0'0022 o, lo que es lo mismo, del 0'22%, en lo que supone una coincidencia del 99'78% entre el dato estimado y el observado.

El margen de error relativo máximo se halla en 2009, siendo este de 0'2305 o, lo que es lo mismo, del 23'05%. En los años de crisis, para los cuales se ha considerado el periodo de 2009 a 2014 (ambos inclusive) y el año 2020, el margen de error relativo oscila entre un 12'59% y un 23'05%.

Finalmente, el margen de error relativo medio englobando todos los años es de 0'0627 o, lo que es lo mismo, del 6'27%, lo cual supone que el dato estimado y el observado coinciden de media en un 93'73%. Mientras que el margen de error relativo medio englobando solo los años en que no hubo crisis, para los cuales se ha considerado el periodo de 1995 a 2008 (ambos inclusive) y el periodo de 2015 a 2019 (ambos inclusive), es de 0'0246 o, lo que es lo mismo, del 2'46%, lo que supone que el dato estimado y el observado coinciden de media en un 97'54%.

Apéndice 1: tablas de datos

A continuación se adjunta una tabla con los datos agregados de la Zona Euro. Todos los datos se presentan en millones de Euros. Los datos se obtuvieron el 24 de Junio de 2022.

Año	Capital fijo	Capital circulante	Capital variable	Ahorro social	Importaciones	Exportaciones	VAB
1995	888.878	4.883.820	2.808.898	410.007	1.389.828	1.501.364	5.188.929
1996	926.151	5.105.230	2.905.980	408.642	1.454.901	1.585.055	5.402.576
1997	944.368	5.327.941	2.945.560	465.036	1.596.137	1.752.587	5.525.417
1998	976.171	5.587.995	3.035.137	510.589	1.714.659	1.865.428	5.742.008
1999	1.023.916	5.976.845	3.191.877	525.210	1.857.971	1.989.701	5.984.281
2000	1.089.654	6.616.343	3.363.827	540.101	2.252.465	2.351.155	6.308.504
2001	1.146.485	6.942.931	3.501.518	549.685	2.303.875	2.463.526	6.620.760
2002	1.198.260	7.049.919	3.624.533	538.372	2.270.066	2.493.057	6.847.043

2003	1.241.816	7.250.986	3.723.113	513.214	2.306.064	2.501.080	7.043.580
2004	1.296.835	7.653.547	3.831.187	603.058	2.512.439	2.717.931	7.338.315
2005	1.355.763	8.160.306	3.953.178	572.450	2.754.756	2.918.093	7.584.335
2006	1.427.615	8.835.920	4.122.767	688.850	3.104.984	3.240.446	7.966.544
2007	1.507.662	9.434.952	4.318.025	782.997	3.359.367	3.520.297	8.414.369
2008	1.587.147	9.760.859	4.512.697	636.924	3.738.244	3.851.093	8.662.088
2009	1.617.830	8.743.888	4.498.851	338.305	3.102.696	3.258.813	8.377.165
2010	1.657.692	9.273.001	4.567.242	404.325	3.585.122	3.733.308	8.582.456
2011	1.705.491	9.794.026	4.668.050	489.670	3.957.135	4.116.905	8.805.499
2012	1.746.382	9.795.319	4.715.803	449.110	4.008.716	4.297.865	8.840.931
2013	1.768.855	9.715.836	4.761.876	465.846	4.008.692	4.358.831	8.930.419
2014	1.799.060	9.860.662	4.862.804	551.618	4.133.117	4.525.158	9.134.278
2015	1.862.730	10.024.822	4.992.260	641.188	4.371.555	4.840.820	9.448.939
2016	1.906.317	10.115.723	5.139.459	722.806	4.447.701	4.923.579	9.704.104
2017	1.974.665	10.699.720	5.331.187	830.459	4.809.746	5.297.296	10.059.478
2018	2.053.019	11.222.041	5.548.142	904.942	5.104.554	5.572.086	10.397.163
2019	2.140.665	11.530.500	5.750.045	946.010	5.360.075	5.766.117	10.744.561
2020	2.212.184	10.657.204	5.628.398	593.584	4.754.155	5.177.663	10.279.868

Apéndice 2: enlaces a las fuentes originales de los datos y a la documentación oficial

Los datos usados para la verificación con datos reales se han obtenido de la API REST de Eurostat, dado que permite automatizar la descarga y el procesado de los datos. Las URLs concretas se detallan a continuación.

Valor añadido bruto y capital variable:

Enlace de la API REST: https://ec.europa.eu/eurostat/api/dissemination/statistics/1.0/data/nama_10_gdp?na_item=B1GQ&na_item=B1G&na_item=D1&unit=CP_MEUR&format=JSON

Enlace en formato humano: https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/nama_10_gdp/default/table?lang=en

Consumo de capital fijo y de capital circulante:

Enlace de la API REST: https://ec.europa.eu/eurostat/api/dissemination/statistics/1.0/data/nasa_10_nf_tr?na_item=P51C&na_item=P51G&na_item=P2&direct=PAID§or=S1&unit=CP_MEUR&format=JSON

Enlace en formato humano: https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/nasa_10_nf_tr/default/table?lang=en

Importaciones y exportaciones (cuentas nacionales):

Enlace de la API REST: https://ec.europa.eu/eurostat/api/dissemination/statistics/1.0/data/nama_10_exi?na_item=P6&na_item=P7&unit=CP_MEUR&format=JSON

Enlace en formato humano: https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/nama_10_exi/default/table?lang=en

Importaciones y exportaciones (cuentas internacionales):

https://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do?query=BOOKMARK_DS-645593_QID_6196EDE9_UID_-3F171EB0&layout=PERIOD,L,X,0;FLOW,L,Y,0;PARTNER,C,Y,1;PRODUCT,L,Z,0;REPORTER,L,Z,1;INDICATORS,C,Z,2;&zSelection=DS-645593INDICATORS,VALUE IN EUROS;DS-645593REPORTER,DE;DS-645593PRODUCT,TOTAL;DS-645593FLOW,1;&rankName1=INDICATORS_1_2_-1_2&rankName2=PRODUCT_1_2_-1_2&rankName3=REPORTER_1_2_1_1&rankName4=PERIOD_1_0_0_0&rankName5=FLOW_1_2_0_1&rankName6=PARTNER_1_2_1_1&sortC=ASC_-1_FIRST&rStp=&cStp=&rDCh=&cDCh=&rDM=true&cDM=true&footnes=false&empty=true&wai=false&time_mode=ROLLING&time_most_recent=true&lang=EN&cfo=%23%23%23%2C%23%23%23.%23%23%23

Ahorros sociales:

Enlace de la API REST: <https://ec.europa.eu/eurostat/api/dissemination/statistics/1.0/data/tipsnf11?sector=S1&format=JSON>

Enlace en formato humano: <https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/tipsnf11/default/table?lang=en>

Glosario de conceptos de Eurostat (Reglamento UE N.º 549/2013, de 21 de Mayo de 2013):

<https://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/HTML/?uri=OJ:L:2013:174:FULL&from=ES>

Manual de Eurostat sobre la calidad de los datos:

<https://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/10501168/KS-GQ-19-006-EN-N.pdf>

Referencias bibliográficas

“*El Capital*”, Karl Heinrich Marx. Ediciones Akal, cuarta reimpresión (2016). ISBN obra completa: 978-84-460-1222-1.